Transformación, ISSN: 2077-2955, RNPS: 2098, mayo-agosto 2020, 16 (2), 222-234
Artículo

Espacio de trabajo matemático: una tarea de modelización sobre función cuadrática

Mathematical working space: a modelling task on quadratic function

Jesús Victoria Flores Salazar [1], https://orcid.org/0000-0002-0036-140X

Ana Isabel Almonacid Adriano [2], https://orcid.org/0000-0003-2679-2977

[1] Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú

[2] Universidad Tecnológica del Perú, Lima, Perú

jvflores@pucp.pe
C190011@utp.edu.pe

RESUMEN

Objetivo: el presente artículo muestra un estudio en el que se analiza el espacio de trabajo matemático personal de estudiantes de carreras de humanidades cuando movilizan el concepto de función cuadrática al resolver una tarea de modelización. La parte experimental se llevó a cabo con estudiantes de humanidades de primer ciclo en un primer curso de matemáticas.
Métodos: para el estudio fueron considerados elementos de la teoría del Espacio de Trabajo Matemático (ETM), el ciclo de modelización de Blum y Borromeo y aspectos de Ingeniería Didáctica.
Resultado: la tarea *a priori* y *a posteriori* se presenta en tres fases. En el artículo se presenta el desarrollo de un estudiante que será identificado aquí como Augusto.
Conclusiones: la respuesta de la tarea de modelización planteada evidencia la activación de la génesis semiótica e instrumental y la posible activación del plano semiótico-instrumental del ETM personal de los estudiantes al desarrollar la tarea.

Palabras clave: matemática educativa, modelización, función cuadrática, plano semiótico-instrumental.

ABSTRACT

Objective: this paper describes a study that analyzes the personal Mathematical Working Space of humanities students when mobilizing the concept of quadratic function to solve a modelling task. The experimental part of this research was carried out with students in their first semester of Humanities, during their mathematics class.
Methods: for this study, we considered elements from the mathematical working space (WAT) theory, Blum and Borromeo's modeling cycle, as well as aspects of didactic engineering, as theoretical and methodological basis.
Result: the *a priori* and *a posteriori* task is presented in three phases. The article shows the

development of a student named Augusto.
Conclusions: answers to the task posed to students showed the activation of the semiotic and instrumental genesis and the possible activation of the semiotic-instrumental plane in students' personal MWS when they developed the task.

Keywords: mathematics instruction**,** modeling, quadratic function, semiótic-instrumental plane.

Recibido: 11 de octubre del 2019
Aprobado: 24 de enero de 2020

Introducción

La importancia de la función cuadrática en carreras de humanidades se ve reflejada en el desarrollo de modelos matemáticos asociados en esas áreas. Para mostrar esta afirmación Agastya, Bag y Chakraborty, (2014) han realizado investigaciones precedentes como las que corresponden a las funciones de incertidumbre residual cuadráticas en las ciencias de la comunicación y los procedimientos estadísticos utilizados para la predicción de entornos relacionados con la justicia penal (Berk, 2011), entre otros.

En relación a la función cuadrática es necesario tener en cuenta las ideas de pensamiento relacional y covariacional (Ozaltun y Bukova, 2017), además de la coordinación de las distintas representaciones de la función cuadrática (Díaz, Haye, Montenegro y Córdoba, 2015). Sin embargo, en su enseñanza se continúa priorizando la memorización de reglas y propiedades, y el uso de tratamientos algebraicos. En este contexto, diversas investigaciones evidencian la necesidad de incorporar ambientes de representaciones dinámicas en la enseñanza de diferentes dominios matemáticos, como por ejemplo en la enseñanza de las funciones cuadráticas. En ese sentido, Salazar (2015) y Lima (2016) mencionan que la mediación del ambiente de representaciones dinámicas GeoGebra, promueve la construcción función cuadrática y favorece las diferentes representaciones (gráfica, algebraica, etc.) de la función cuadrática de manera dinámica, lo cual facilita que los estudiantes conjeturen sus propiedades inherentes. Además, el GeoGebra también permite analizar y entender la naturaleza variable de la función cuadrática (Ávila, 2011), así como los aspectos: relacional, variacional y de coordinación de representaciones (Minh y Lagrange, 2016).

Desde otra perspectiva, Briceño y Buendía (2015) mencionan que la modelización, en nuestro caso modelización de la función cuadrática, permite vincular la matemática con contextos de otras áreas científicas. Este hecho favorece la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en carreras de humanidades en las que se presenta mayor dificultad en cuanto a la enseñanza del análisis (Beltrão e Igliori, 2010).

Considerando lo antes mencionado, especificamos que el propósito de la investigación es analizar de manera detallada el trabajo matemático personal de estudiantes de humanidades de un primer curso de matemáticas en una universidad privada de Lima-Perú, cuando movilizan el concepto de función cuadrática al resolver una tarea de modelización con la mediación del GeoGebra. Para ello, nos basamos en los aportes de Almonacid (2018) y de Salazar, Carrillo, Neira-

Fernández y Montoya-Delgadillo (2019).

Métodos

Para alcanzar el objetivo planteado nos basamos en la teoría del Espacio de Trabajo Matemático (ETM), desarrollado por Kuzniak (2011) que se estructura en relación a los planos, epistemológico y cognitivo pues esta conexión permite analizar la actividad de un individuo cuando resuelve una tarea matemática.

En el *plano epistemológico* son tres las componentes que describen el trabajo matemático: un conjunto concreto de objetos tangibles (*representamen* o signo) que pueden organizarse en sistemas de representación semiótica en el sentido de (citado en Kuzniak, Nechache & Drouhard, 2016),un conjunto de artefactos (*artefactos*), en el sentido de Rabardel (citado en Kuzniak, Tanguay & Elia, 2016), tales como instrumentos de dibujo, software o algoritmos relacionados a artefactos materiales; y un sistema de referencia (*referencial*) basado en definiciones, propiedades y teoremas.

En el *plano cognitivo* se incorpora como componentes la *visualización*, *construcción* y *prueba* o validación. La *visualización* está relacionada al proceso de descifrar e interpretar señales considerando las interrelaciones, para la construcción de la representación interna (psicológica) de los objetos involucrados y sus relaciones. La *construcción* está relacionada con acciones provocadas por el uso de artefactos, acciones que pueden no necesariamente resultar en una producción tangible tal como dibujos o escritos, pero bien puede abarcar la observación, exploración o la experimentación. Ello depende de los artefactos utilizados y las técnicas asociadas. La *prueba* o validación relacionada a los procesos de producción de argumentaciones, basado en un marco teórico de referencia. En relación a las génesis que articulan estos planos se definen: la *génesis semiótica,* que, definida como un proceso circulatorio entre el representamen y el proceso de visualización, permite, además de exteriorizar las representaciones mentales del individuo mediante la codificación, deducir significados mediante el descifrado e interpretación de signos o representamen. La *génesis instrumental* definida como el proceso en el cual un individuo transforma un artefacto en instrumento, de acuerdo a sus esquemas de uso. Este proceso es observado en dos sentidos la instrumentación y la instrumentalización que es el proceso inverso, va desde la configuración de la construcción, dirigido por el usuario, hacia la adecuada elección de una herramienta.

La figura 1, muestra como la coordinación de las génesis determinan los planos semiótico-instrumental, instrumental-discursivo y semiótico-discursivo, respectivamente. En relación al plano *semiótico instrumental* **[Sem-Ins]**, en el presente estudio, nos focalizamos en este plano vertical porque le da importancia a la mediación de la tecnología ya que, favorece la exploración de representaciones gráficas de funciones o configuraciones geométricas, con el objetivo de la construcción de conceptos de una noción en particular.

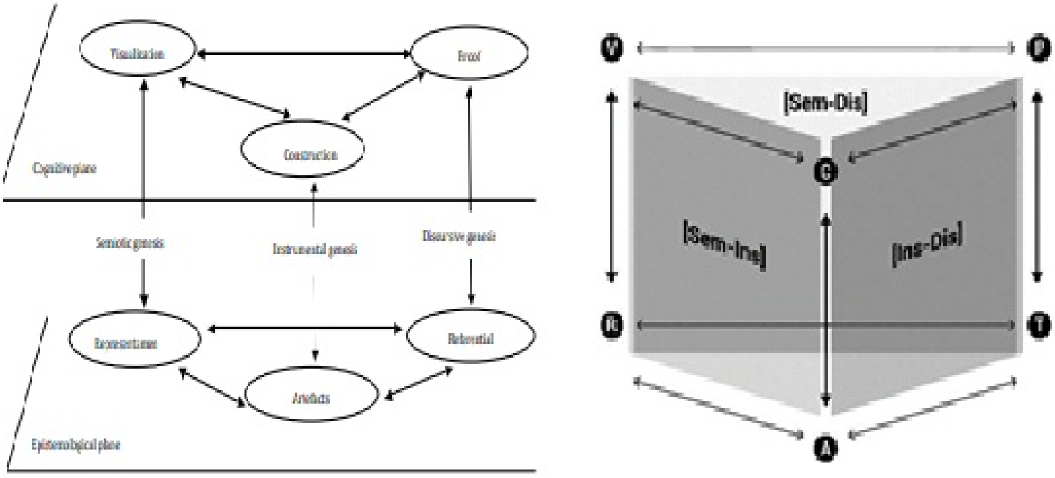

Figura 1: ETM (Kuzniak y Richard, 2014; 2016)

Otro aspecto del ETM es la noción de paradigma. En el dominio del análisis, Montoya-Delgadillo y Vivier (2016) definen los siguientes paradigmas:

- Análisis geométrico/aritmético (AG): permite interpretaciones nacidas de la geometría, del cálculo aritmético o del mundo real.
- Análisis calculatorio (AC): donde las reglas del cálculo son definidas, más o menos explícitamente, y se aplican independientemente de la reflexión de la existencia y naturaleza de los objetos introducidos.
- Análisis Real (AR): es caracterizado por los trabajos que implican aproximación (o una entrada más topológica) (Montoya-Delgadillo y Vivier, 2016, p. 24).

Por otro lado, se distinguen tres ETM: el de referencia, el idóneo y el personal. En el de referencia se guarda relación con el conocimiento, bajo criterios matemáticos; el idóneo depende de la institución involucrada y se define de acuerdo a la forma en que el conocimiento debe ser enseñado, en relación con su lugar y su función específica dentro del currículo nacional; y el ETM personal se relaciona con cada individuo y se define por la forma en que él o ella se ocupa de un problema matemático con sus propios conocimientos y capacidades matemáticas (Kuzniak, Nechache & Drouhard, 2016, p.279). Los autores analizaron el trabajo matemático de los estudiantes en el último.

Además de lo anterior, para alcanzar el objetivo planteado en el presente artículo, fueron tomados en cuenta aspectos de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995), la tarea de modelización fue diseñada sobre función cuadrática, tomando en cuenta el ciclo de modelización de Blum y Borromeo (2009). En relación a los aspectos de la Ingeniería Didáctica, la concepción se da en el diseño de la tarea de modelización sobre función cuadrática que está fundamentada en las investigaciones de referencia (aspectos preliminares) presentadas y en los aspectos del ETM. Luego de tener el diseño de la tarea se procedió con el análisis *a priori* en el cual se consideraron los posibles procedimientos, respuestas o soluciones que los estudiantes pueden dar en la resolución de la tarea planteada a la luz de los aspectos teóricos y metodológicos empleados. La experimentación se realizó con estudiantes universitarios de primer ciclo (16-18 años) de carreras de humanidades de una universidad privada de Lima, Perú. Se propuso una tarea de modelización organizada en tres fases (tomando en cuenta el ciclo de modelización) que requiere la mediación del GeoGebra. En cuanto a los instrumentos para la recolección de datos, se tienen las fichas de la tarea, los archivos de GeoGebra y fichas de observación. El análisis *a posteriori* y la validación se inició con la organización y análisis de los datos recolectados. En este proceso se identificaron las estrategias realizadas, los errores evidenciados, las herramientas utilizadas al resolver la tarea en concordancia con la activación de las génesis semiótica e instrumental y el semiótico-instrumental del ETM. Finalmente, se procedió a realizar la validación mediante la confrontación del análisis a priori con el análisis a posteriori del estudio.

Resultados

Se presentan el análisis *a priori* y *a posteriori* de la tarea propuesta considerando lo trabajado por un estudiante al que llamaremos *Augusto*, para mantener su identidad protegida. Cabe señalar que se seleccionó este estudiante porque tiene algunos conocimientos previos sobre función cuadrática, pues este tema es presentado de manera básica en el nivel educativo anterior (nivel secundario en el Perú). A continuación, se presenta la siguiente tarea que llamamos *Escenario* y que consta de tres fases.

Los estudiantes de un Centro de Música de una universidad peruana, con motivo de la semana de aniversario institucional. Están organizando un concierto, de acceso libre al público. En él, participarán solistas y grupos de hasta ocho integrantes, entre cantantes y músicos. Para para la presentación del concierto se cercará un escenario de forma rectangular (ver figura 2); pero, no será necesario cercar la parte en frente del público. Además, se sabe que el Centro dispone de tarimas, escaleras y cercas para 24 m de perímetro.

Figura 2: Escenario

<u>Primera fase:</u> está orientada a la identificación de los valores que intervienen en la tarea, la relación entre ellos y la naturaleza del comportamiento del modelo implícito; además las herramientas y preguntas que se proporcionan restringen el tipo de respuesta que se espera de los estudiantes. A continuación, se presenta lo solicitado: *Abra el archivo Escenario_dinámico1.ggb y en la vista gráfica observará la representación del escenario rectangular cercado (ver figura 3).*

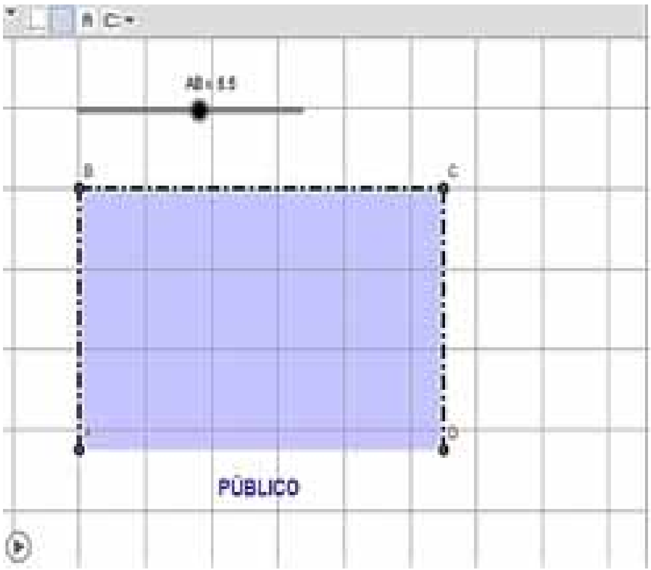

Figura 3: Escenario en GeoGebra

Se pide que el estudiante responda cada uno de los siguientes ítems.

- Arrastre el deslizador “AB” para hacer variar la medida del segmento AB, mencione ¿qué valores cambian y que valores permanecen contantes? Explique detalladamente.
- De los valores mencionados en el ítem i, ¿cuáles son necesarios conocer, para establecer el área del escenario? y ¿por qué no los otros?, justifique.
- Desde el menú *vista* abra la hoja de cálculo y utilice el deslizador “AB”, de la vista gráfica, ¿Qué representan los valores de la tabla, en relación con la representación de la vista gráfica? Cuantifica, cómo cambian los valores de la segunda columna cuando la longitud de AB aumenta a razón de 1 ¿Qué relación existe entre estos valores? Explique detalladamente.
- Desde el menú vista abra la vista gráfica 2, active la animación con el ícono y para detener la animación utilice el ícono, entonces, ¿cómo se relaciona la representación de la Hoja de Cálculo con la representación de la vista gráfica 2? ¿Qué representa el eje X e Y? Explique detalladamente.

Segunda fase: se pregunta lo siguiente: *Teniendo en cuenta los datos y las representaciones de la fase 1 determine la expresión matemática que modela el área del escenario, en función de la longitud del segmento AB. Explique detalladamente el procedimiento realizado para hallar dicho modelo.*

Tercera fase: se indica lo siguiente: *En la barra de entrada de la vista gráfica del GeoGebra ingrese la función algebraica hallada en el ítem anterior y configure ambos ejes, X e Y, en escala de 1:10. Resuelva y justifique.* Después de hacer un análisis sobre la cantidad máxima de integrantes e instrumentos que se presentarán en el concierto han concluido que el área del escenario debe medir 70 m^2. Este año los encargados de armar el escenario renovarán las cercas de los lados AB y CD, comprarán nuevas cercas, se pregunta: *¿cuáles deben ser las dimensiones del escenario? Si se busca ahorrar en los costos del concierto.*

Transformación, ISSN: 2077-2955, RNPS: 2098, mayo-agosto 2020, 16 (2), 222-234

Discusión

Los cuatro ítems de la **primera fase** guían las acciones del estudiante. Es así, que a partir de la manipulación de los artefactos deslizador y cuadricula logra realizar exploraciones y observaciones que le permite conjeturar y validar que el valor que está variando es el área y esta lo hace en función de la medida de la longitud del segmento AB. Estas acciones son evidencia de la activación de la génesis semiótica e instrumental.

Se evidencian dificultades para realizar tratamientos en el registro tabular. Debido a que los procedimientos, en esta fase, se basan en el registro figural y tratamientos aritméticos elementales se evidencia, en el trabajo de Augusto, que prioriza el paradigma del análisis geométrico/aritmético (AG) ya que establece la medida del segmento BC en función del segmento AB, considera las restricciones del valor del segmento AB que le permiten establecer la medida del área de la región rectangular.

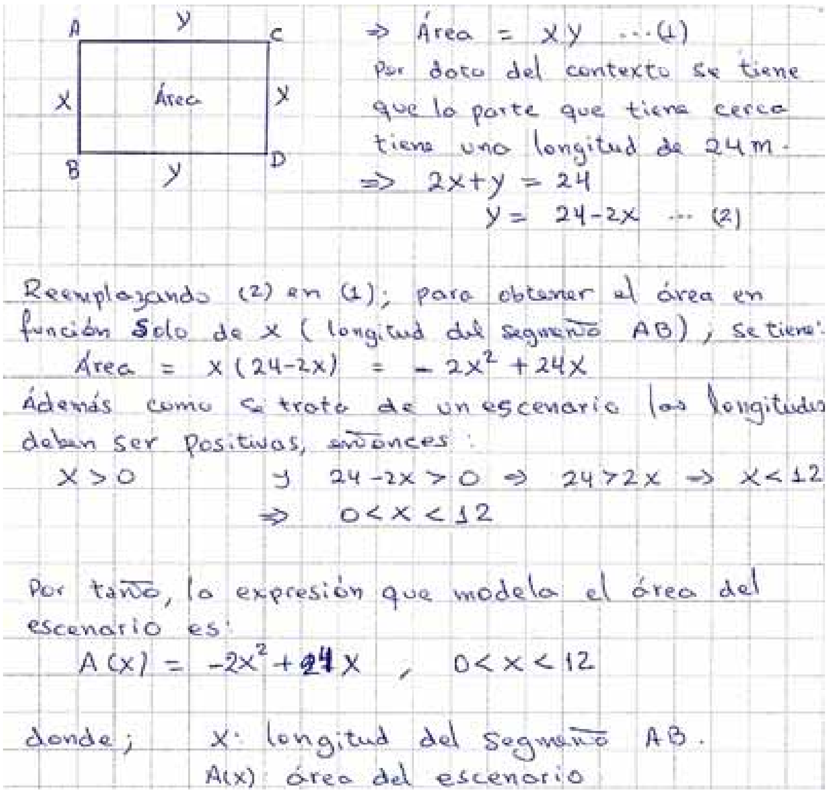

Figura 4: Respuesta de Augusto-primera fase

La construcción que logra hacer el estudiante (ver figura 4) le permite descifrar el modelo matemático del área del escenario rectangular en función de la longitud de uno de sus lados. Ejemplo de ello es el resultado expresado en el registro algebraico. En la **segunda fase** se presenta dos posibles procedimientos, primero toma en cuenta el registro figural y tabular (ver figura 5).

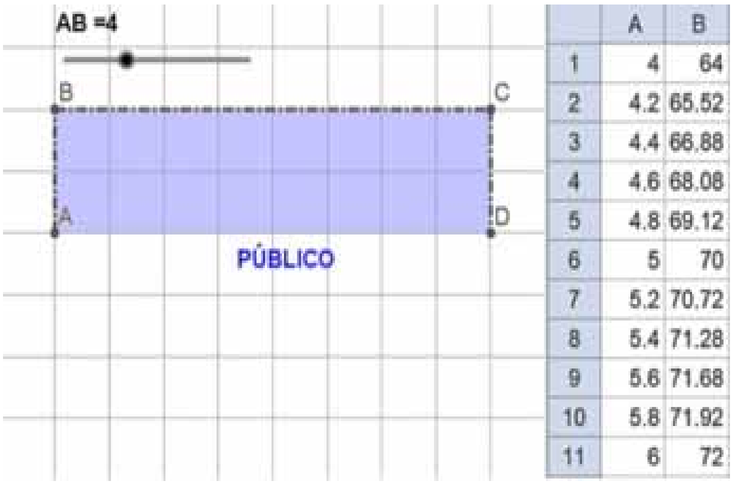

Figura 5: Registros figural y tabular

Y después, como se muestra en la figura 6, utiliza el registro tabular y gráfico para hallar el modelo matemático.

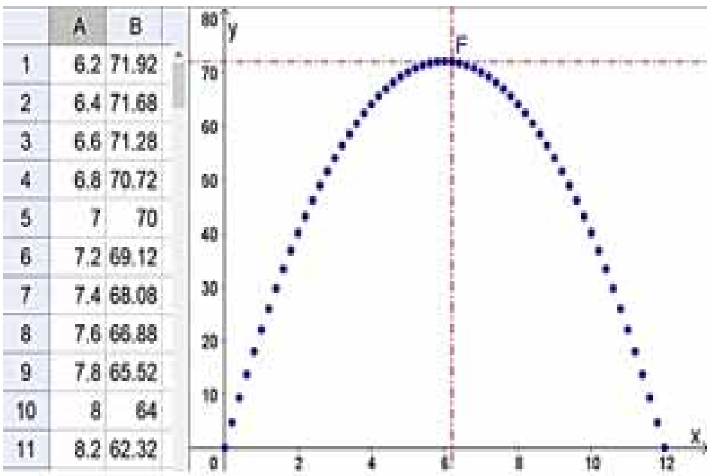

Figura 6: Registro tabular y gráfico

El estudiante Augusto en la primera fase, reconoció que se trata de una función cuadrática, por lo tanto, toma valores de la hoja de cálculo para reemplazarlo en la formula general de una función cuadrática y hallar los parámetros de la misma. La construcción que logra hacer le permite determinar el modelo matemático de la medida del área del escenario rectangular en función de la longitud de uno de sus lados. Ejemplo de ello, es el resultado expresado en el registro algebraico (ver figura 7).

Transformación, ISSN: 2077-2955, RNPS: 2098, mayo-agosto 2020, 16 (2), 222-234

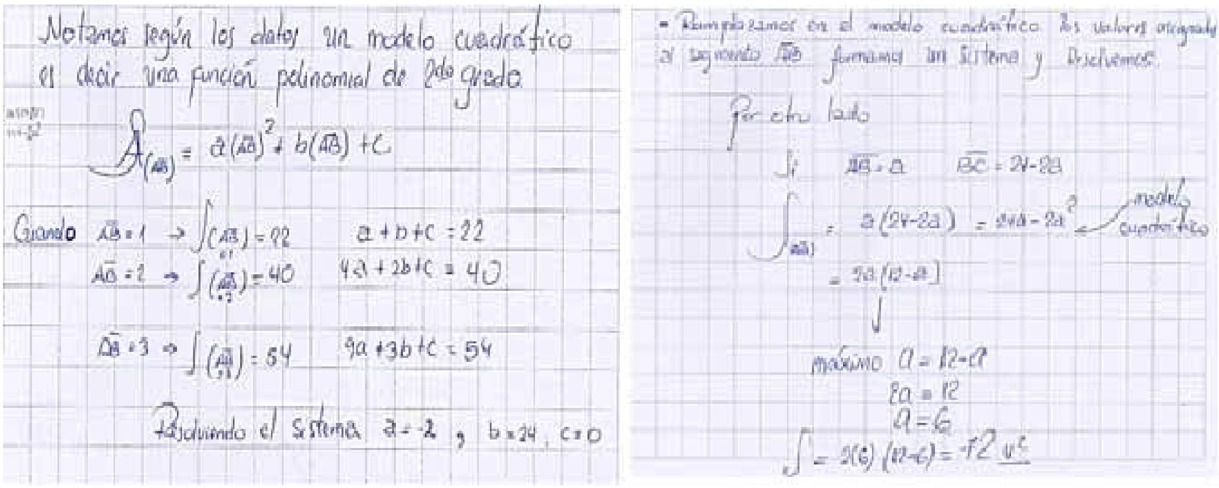

Figura 7: Respuesta de Augusto, segunda fase

Las acciones del estudiante evidenciaron la coordinación de la génesis instrumental y semiótica. Los procedimientos basados en la definición general de la función cuadrática y los tratamientos algebraicos muestran que el estudiante prioriza el paradigma del Análisis Calculatorio (AC).

La tarea en la **tercera fase** está centrada en la validación del modelo matemático y se observa dos tipos de procedimientos, uno basado en la representación gráfica (ver figura 8) y otro en la representación algebraica de la función cuadrática.

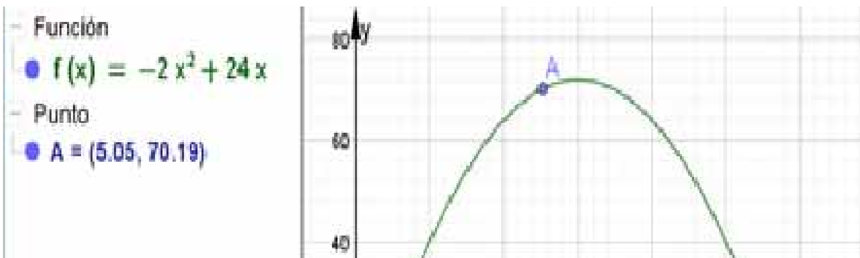

Figura 8: Representación gráfica de la función cuadrática

En base a la manipulación del artefacto GeoGebra, el estudiante realiza exploraciones y observaciones, que le permiten conjeturar y validar que la medida del segmento que hace que el área de la región rectangular es 70 m^2 es 5m. Sin embargo, el estudiante Augusto no verifica si este es el único caso, tampoco considera la pregunta sobre los costos, realizada en esta fase (ver figura 9).

Transformación, ISSN: 2077-2955, RNPS: 2098, mayo-agosto 2020, 16 (2), 222-234

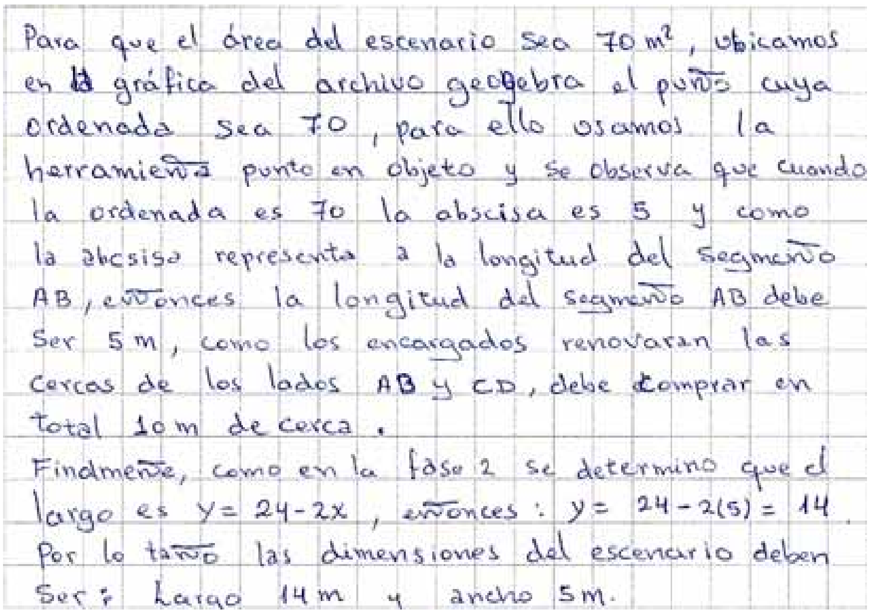
Para que el área del escenario sea 70 m², ubicamos en la gráfica del archivo geogebra el punto cuya ordenada sea 70, para ello usamos la herramienta punto en objeto y se observa que cuando la ordenada es 70 la abscisa es 5 y como la abcsisa representa a la longitud del segmento AB, entonces la longitud del segmento AB debe ser 5 m, como los encargados renovaran las cercas de los lados AB y CD, debe comprar en total 10 m de cerca.
Finalmente, como en la fase 2 se determino que el largo es $y = 24 - 2x$, entonces : $y = 24 - 2(5) = 14$.
Por lo tanto las dimensiones del escenario deben ser: Largo 14 m y ancho 5 m.

Figura 9. Respuesta de Augusto en la tercera fase de la tarea de modelización

Las acciones de Augusto evidencian que la coordinación de la génesis instrumental y semiótica es parcial al no considerar el análisis de un caso alterno. Los procedimientos basados en el registro gráfico y operaciones aritméticas evidencia que el estudiante prioriza el paradigma del análisis geométrico/aritmético (AG). En el procedimiento basado en la representación algebraica de la función cuadrática. Se observa que el estudiante iguala la expresión algebraica de la función hallada en la segunda fase con la medida del área mencionada y efectúa tratamientos algebraicos que le permiten hallar la medida de la longitud del segmento AB. Sin embargo, similar al caso anterior, no considera la pregunta sobre los costos planteada sobre la situación (ver figura 10).

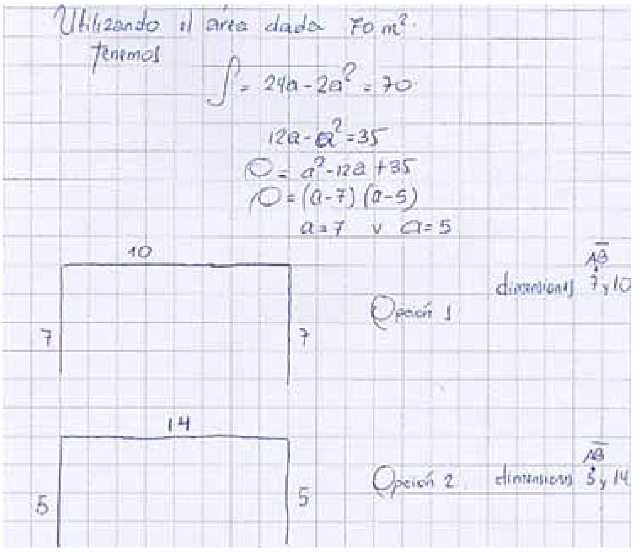

Figura 10. Respuesta de Augusto – tercera fase

Las acciones del estudiante evidencian la coordinación de la génesis instrumental y semiótica, sin embargo, el estudiante no evidencia considerar todas las interrelaciones presentes en la tarea. Los procedimientos basados en el registro gráfico evidencian que el estudiante prioriza el paradigma del Análisis

Geométrico/Aritmético (AG).

Conclusiones

Los paradigmas del análisis que en esta investigación el estudiante, al que llamamos Augusto, prioriza cuando realiza la tarea de modelización relacionada a funciones cuadráticas son el Geométrico/Aritmético y el del Análisis Calculatorio (AC).

Respecto a la activación de la génesis semiótica e instrumental y en consecuencia el plano semiótico-instrumental, se evidencia que Augusto logró activarlas al desarrollar la tarea de modelización sobre funciones cuadráticas.

En cuanto al GeoGebra, se observa que este promueve el trabajo matemático personal del estudiante, sobre todo en la segunda y tercera fase de la tarea de modelización.

Agradecimiento

Este trabajo fue financiado por la Dirección de Gestión de la Investigación de la PUCP, a través de La subvención DGI 2019-1-0059/ID 694.

Referencias

Agastya, M., Bag , P. K., & Chakraborty, I. (2014). Communication and authority with a partially informed expert. *The RAND Journal of Economics, 45*(1), 176-197. Recuperado el 3 de septiembre de 2019, de https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/1756-2171.12047

Almonacid, A. I. (2018). *Modelización de funciones cuadráticas: Espacio de trabajo matemático personal de estudiantes de humanidades.* Tesis de Maestría inédita. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú. Recuperado el 7 de setiembre de 2019, de http://hdl.handle.net/20.500.12404/12602

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, & P. Goméz (Ed.), *Ingeniería Didáctica en Educación: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (págs. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica. Recuperado el 3 de septiembre de 2019, de https://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf

Ávila, P. E. (2011). *Razonamiento covariacional a través del software dinámico: el caso de la variación lineal y cuadrática.* Tesis de maestría inédita. Medellin, Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 3 de septiembre de 2019, de http://bdigital.unal.edu.co/6765/1/43480455.2012.pdf

Beltrão, M. E., & Igliori, S. B. (2010). Modelagem Matemática e Aplicações: Abordagens Para o Ensino de Funções. *Educación Matemática, 12*(1), 17-42. Recuperado el 3 de septiembre de 2019, de https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2171

Berk, R. (2011). Asymmetric Loss Functions for Forecasting in Criminal Justice Settings. *Journal of*

Quantitative Criminology, 27(1), 107-123. Recuperado el 3 de septiembre de 2019, de https://www.researchgate.net/publication/225747848

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58. Recuperado el 5 de septiembre de 2019, de de http://gorila.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/viewFile/1620/1087

Briceño, O. A., & Buendía, G. (2015). Los experimentos de diseño y la práctica de modelación:significados para la función cuadrática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(45), 65-83. Recuperado el 10 de agosto de 2019 de http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/656/1189

Díaz , M. E., Haye, E. E., Montenegro, F., & Córdoba, L. M. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Unión: Revista Iveroamericana de Educación Matemática* (41), 20-38. Recuperado el 22 de agosto de 2019 de 2019 de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/Artigo1.pdf

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses génèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16*, 9 – 24. Recuperado el 15 de setiembre de 2019 de

https://www.researchgate.net/publication/278622106_L'espace_de_Travail_Mathematique_et_ses_geneses

Kuzniak, A. & Richard, P. R. (2014). Spaces for mathematical work. Viewpoints and perspectives, *RELIME*, *17*(Especial 4-I), 17–28. Recuperado el 15 de setiembre de 2019 de https://www.redalyc.org/jatsRepo/335/33553644001/html/index.html

Kuzniak, A., Nechache, A., & Drouhard, J. P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM Mathematics Education, 48*, 861–874. Recuperado el 15 de setiembre de 2019 de https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11858-016-0773-0-x

Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM Mathematics Education, 48*, 721–737. Recuperado el 15 de setiembre de 2019 de https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-016-0812-x

Minh, T. K. & Lagrange, J.-B., (2016). Connected functional working spaces: a framework for the teaching and learning of functions at upper secondary level. *ZDM Mathematics Education, 48*, 793–807. Recuperado el 20 de setiembre de 2019 de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01740445/document

Lima, E. (2016). *Sequência didática usando o Geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental II.* Tesis de maestría inédita. Manaus-Am., Brasil: Universidade Federal do Amazonas. Recuperado el 11 de agosto de 2019 de https://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/5551/5/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20-%20Elv%c3%a9cio%20P.%20Lima.pdf

Montoya-Delgadillo, E., & Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM Mathematics Education, 48*(6), 739–754. Recuperado el 11 de agosto de 2019, de https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-016-0777-9

Ozaltun, A., & Bukova, E. (2017). Revealing Ozgur's thoughts of a quadratic function with a clinical interview: Concepts and their underlying reasons. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 3*(1), 122-134. Recuperado el 10 de julio de 2019 de https://www.researchgate.net/publication/312383841.

Salazar, J.V. (2015). Génesis Instrumental: el caso de la función cuadrática. *Unión* (41), 57-67. Recuperado el 10 de julio de 2019 de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/Artigo3.pdf

Salazar, J.V., Carrillo, F., Neira-Fernández, V. & Montoya-Delgadillo, E. (2019). Dominios de la Geometría y del Análisis y su articulación por medio de la modelización y la tecnología digital. En *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 1-8. Medellín: Universidad de Medellín. Recuperado el 25 de julio de 2019 de http://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/471/436

Jesús Victoria Flores Salazar: es Doctora en Educación Matemática, profesora del Departamento de Ciencias, Sección Matemáticas y directora de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú-PUCP. Miembro del Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas-IREM-PUCP y de los grupos DIMAT-PUCP, PEA-MAT/PUC-SP en la línea *Tecnologías y Visualización en Educación Matemática-TecVEM*. Especialista en tecnologías en educación matemática; modelización matemática y formación continúa de profesores. **Ana Isabel Almonacid Adriano** es Magister en Enseñanza de las Matemáticas, profesora de la Universidad Tecnológica del Perú y miembro de apoyo en la línea de investigación *Tecnologías y Visualización en Educación Matemática-TecVEM* de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Declaración de responsabilidad

Jesús Victoria Flores Salazar: Aportó en los aspectos teórico y metodológico de la investigación, así como en las discusiones del análisis e interpretación de los datos.

Ana Isabel Almonacid Adriano: Aportó en la elaboración de las tareas presentadas, los instrumentos, en el análisis de los datos y en las concusiones.

Los autores agradecen el apoyo prestado por la Dirección de Gestión de la Investigación-DGI de la Pontificia Universidad Católica del Perú-PUCP, en el marco del proyecto de investigación *Modelización matemática y tecnología digital; una propuesta para favorecer la articulación de los dominios de la geometría y del análisis en la formación continua del profesor*, ID-694 (CAP 2019).